УДК 517.947

М.Б.Муратбеков, С.Ж.Игисинов

Таразский государственный педагогический институт
(E-mail: musahan_m@mail.ru)

О замыкаемости и об ограниченной обратимости дифференциального оператора смешанного типа в неограниченной области

В статье рассмотрен один класс сингулярного дифференциального оператора смешанного типа в неограниченной области. Первоначально показана замыкаемость данного оператора, так как в данном случае не существует априорной оценки, как в случае с оператором, коэффициенты которого при слагаемых $u_x(x,y)$ и $u(x,y)$ зависят только от переменной y. Доказано существование резольвенты рассматриваемого оператора в неограниченной области. В работе использованы методы локализации и теории линейных операторов.

Ключевые слова: оператор смешанного типа, замыкание, резольвента, ограниченная обратимость, обратный оператор, неограниченная область, полоса, покрытие, ядро, сопряженный оператор, преобразование Фурье.

Часть 2. Доказательства основных теорем

Для доказательства основных теорем, кроме вспомогательных лемм, приведенных в части I [1], нами будут использованы следующие утверждения:

Лемма 5. Пусть выполнены условия *i)–iii)*. Тогда существует такое покрытие:

a) $\sum\limits_{\{j\}}\varphi_j^2 \equiv 1,\ \varphi_j \in C_0^\infty(\Delta_j),\ \bigcup\limits_j \Delta_j = R;$

b) $\left\|D_x^\alpha \phi_j\right\|_{C(R)} \le \dfrac{c}{b^\alpha d_x^\alpha},\quad b>0,\ d_x>0;\quad \alpha = 0,1,2;$

c) каждое множество Δ_j может пересекаться не более чем ξ множествами из семейства $\{\Delta_j\}_{j\ge1}$.

Замечание. Отметим, что, пользуясь условиями *i)–iii)*, можно построить систему функций $\{\varphi_j(\cdot)\}_{j=-\infty}^{j=\infty}$, что соответствующая ей система носителей имеет не более чем трехкратное пересечение, т.е. любая точка $x \in R$ может принадлежать не более чем трем отрезкам из системы отрезков $\{\sup p\varphi_j(\cdot)\}$. Данное условие в дальнейшем считается выполненным.

Определим оператор

$$Kf = \sum_{\{j\}}\varphi_j L_j^{-1}\varphi_j f,\ f(x,y)\in C_0^\infty(\bar\Omega).$$

Непосредственно можно проверить, что оператор K ограниченный и допускает замыкание в $L_2(\Omega)$ и $Kf \subseteq D(L)$.

Действуя на Kf оператором L, имеем, что

$$LKf = f + Af + Bf,\ \ f(x,y)\in C_0^\infty\left(\bar\Omega\right),$$

где

$$Af = \sum_{\{j\}}\varphi_j(a(x)-a(x_j))(L_j^{-1}\varphi_j f)_x + \sum_{\{j\}}\varphi_j(c(x)-c(x_j))L_j^{-1}\varphi_j f; \tag{14}$$

$$Bf = \sum_{\{j\}}\varphi_{j_x} a(x)L_j^{-1}\varphi_j f + \sum_{\{j\}}\varphi_{j_{xx}} L_j^{-1}\varphi_j f + 2\sum_{\{j\}}\varphi_{j_x}(L_j^{-1}\varphi_j f)_x, \tag{15}$$

т.е. справедлива следующая

Лемма 6. Пусть выполнены условия *i)–iii)*. Тогда для любой функции $f \in C_0^\infty(\bar\Omega)$ справедливо равенство

$$LKf = \left[E + A + B\right]f, \tag{16}$$

где операторы A, B определяются по формулам (14)–(15).

Лемма 7. Пусть $a(x), c(x) \in K(\tau, b)$. Тогда найдутся числа τ_0 и b_0, что при некоторых $\tau \in (0, \tau_0)$ и $b > b_0$ операторы A и B ограничены и для них справедливо неравенство

$$\|A + B\|_{2\to 2} < 1.$$

Лемма 8. Пусть выполнены условия леммы 7. Тогда

$$L_{np}^{-1} = K\left[E + A + B\right]^{-1}, \tag{17}$$

где L_{np}^{-1} — правый обратный оператор оператора L.

Доказательство леммы 8. Пользуясь леммой 7 и равенством (16), приходим к представлению (17).

Доказательство леммы 7. Оценим норму оператора A в пространстве $L_2(\Omega)$. Для этого будем оценивать каждое слагаемое отдельно. Рассмотрим оценку нормы первого слагаемого равенства (14). Согласно утверждению 2 и замечанию леммы 5 имеем

$$\left\|\sum_{\{j\}} \varphi_j (a(x) - a(x_j)) D_x L_j^{-1} \varphi_j f\right\|_2^2 \le$$

$$\le 12 \sum_{\{j\}} \left\|\varphi_j (a(x) - a(x_j)) D_x L_j^{-1} \varphi_j f\right\|_2^2 \le 12 \sup_{\{j\}} \sup_{x \in \bar{\Delta}_j} \frac{\left|a(x) - a(x_j)\right|^2}{\left|a(x_j)\right|^2} \|f\|_2.$$

Здесь учитывалось, что $\sum_{\{j\}} \|\varphi_j f\|_2^2 = \|f\|_2^2$. Из последнего неравенства вытекает, что

$$\left\|\sum_{\{j\}} \varphi_j \left(a(x) - a(x_j)\right) D_x L_j^{-1} \varphi_j f\right\|_2^2 \le 12 \sup_{\{j\}} \sup_{x \in \bar{\Delta}_j} \frac{\left|a(x) - a(x_j)\right|^2}{\left|a(x_j)\right|^2} \|f\|_2^2. \tag{18}$$

Теперь оценим норму второго слагаемого. Учитывая утверждение 2 и повторяя выкладки, использованные при доказательстве неравенства (18), можно убедиться, что

$$\left\|\sum_{\{j\}} \varphi_j \left(c(x) - c(x_j)\right) L_j^{-1} \varphi_j f(x, y)\right\|_2^2 \le 12 \sup_{\{j\}} \sup_{x \in \bar{\Delta}_j} \frac{\left|c(x) - c(x_j)\right|^2}{c^2(x_j)} \|f(x, y)\|_2^2. \tag{19}$$

Из неравенств (18) и (19), учитывая условия $i) - iii)$, окончательно находим:

$$\|A\|_{2\to 2}^2 \le 24 c_2 \left(\tau + \tau^2\right) \le c_3 \left(\tau + \tau^2\right),\ c_3 = 24 c_1,\ c_2 = c_2\left(c_0, c_1\right). \tag{20}$$

Для справедливости леммы 7 возьмем $\tau_0 = c_3\left(\tau + \tau^2\right) < \frac{1}{2}.$

Теперь оценим норму оператора B. Рассмотрим первое слагаемое. Согласно лемме 5 и утверждению 2 имеем

$$\left\|\sum_{\{j\}} \varphi_{j_x} a(x) L_j^{-1} \varphi_j f(x, y)\right\|_2^2 \le 12 \sum_{\{j\}} \sup_{x \in \bar{\Delta}_j} \frac{c^2 \left|a(x)\right|^2}{b^2 d_j^2} \left\|L_j^{-1}\right\|_2^2 \left\|\varphi_j f\right\|_2^2,$$

где $c > 0$ — постоянное число из леммы 5.

Отсюда, в силу (11) и учитывая условия $i) - iii)$, получаем, что

$$\left\|\sum_{\{j\}} \varphi_{j_x} a(x) L_j^{-1} \varphi_j f(x, y)\right\|_2^2 \le 12 \sup_{\{j\}} \sup_{x \in \bar{\Delta}_j} \frac{c^2 \left|a(x)\right|^2}{b^2 d_j^2 \cdot (c(x_j))^2} \|f(x, y)\|_2^2 \le \frac{c_4(\tau + 1)}{b^2}, \tag{21}$$

где $c_4 = c_4\left(c, c_0, c_1\right)$.

Теперь рассмотрим норму второго слагаемого оператора B, т.е.

$$\left\|\sum_{\{j\}}\varphi_{j_{xx}}L_j^{-1}\varphi_j f\left(x,y\right)\right\|_2^2 \le 12\sup_{\{j\}}\sup_{x\in\bar{\Delta}_j}\frac{c^4}{b^4 d_j^4(c(x_j))^2}\|f\|_2^2.$$

Отсюда, пользуясь условиям $i)-iii)$, находим, что

$$\left\|\sum_{\{j\}}\varphi_{j_{xx}}L_j^{-1}\varphi_j f\right\|_2^2 \le \frac{c_5}{b^4}\|f\|_2^2, \tag{22}$$

где $c_5 = c^4$, c — постоянное число из леммы 5.

Для третьего слагаемого оператора B, непосредственно вычисляя, получаем, что

$$\left\|2\sum_{\{j\}}\varphi_{j_x}D_x L^{-1}\varphi_j f\right\|_2^2 \le 24\sup_{\{j\}}\sup_{x\in\bar{\Delta}_j}\frac{c^2}{b^2 d_j^2\left|a(x_j)\right|^2}\|f\|_2^2 \le \frac{c_6}{b^2}\|f\|_2^2, \tag{23}$$

где $c_6 = c_6\left(c,c_0,c_1\right)$.

Из оценок (21)–(23) следует, что

$$\|B\|_2^2 \le \left(\frac{c_4\left(\tau+1\right)}{b^2}+\frac{c_5}{b^4}+\frac{c_6}{b^2}\right) \le c_7\left(\frac{\tau+1}{b^2}+\frac{1}{b^4}+\frac{1}{b^2}\right), \tag{24}$$

где $c_7 = \max\left\{c_4,c_5,c_6\right\}$.

Для справедливости леммы 7 теперь надо взять b таким образом, чтобы $\|B\|_{2\to 2} < \dfrac{1}{2}$.

Далее положим, что

$$\tilde{a}(x) = \sum_{\{j\}}a(x_j)\varphi_j^2, \ \ \tilde{c}(x) = \sum_{\{j\}}c(x_j)\varphi_j^2;$$

$$\tilde{L}u = k(y)u_{xx} - u_{yy} + \tilde{a}(x)u_x + \tilde{c}(x)u, \ u\in C_0^\infty(\bar{\Omega});$$

$$\tilde{L}'u = k(y)u_{xx} - u_{yy} - \tilde{a}(x)u_x + \tilde{c}(x)u - \left(\tilde{a}(x)\right)_x' u, \ u\in C_0^\infty(\bar{\Omega}),$$

где $\tilde{L}'$ — формально сопряженный оператор. Заметим, что на функциях $u,\upsilon\in C_0^\infty(\Omega)$ выполняется равенство

$$<\tilde{L}u,\upsilon> = < u,\tilde{L}'\upsilon>,$$

где $u,\upsilon\in C_0^\infty(\Omega)$ — множество бесконечно дифференцируемых финитных функций.

Операторы $\tilde{L}$ и $\tilde{L}'$ допускают замыкание в пространстве $L_2(\Omega)$, и замыкания этих операторов соответственно также обозначим через $\tilde{L}$ и $\tilde{L}'$.

Введем оператор

$$M^{\#}f = \sum_{\{j\}}\varphi_j L_j'^{-1}\varphi_j f, \quad f\left(x,y\right)\in C_0^\infty(\bar{\Omega}),$$

где $L_j'^{-1}$ — оператор, обратный к оператору L_j'.

$$L_j'u = k(y)u_{xx} - u_{yy} - a(x_j)u_x + c(x_j)u, \ u\in D(L_j').$$

Лемма 9. Пусть выполнены условия *i)–iii)*. Тогда для любой функции $f\left(x,y\right)\in C_0^\infty(\bar{\Omega})$ справедливы равенства

$$\tilde{L}Kf = \left[E + A_1 + B_1\right]f; \tag{25}$$

$$\tilde{L}'M^{\#}f = \left[E + A_2 + B_2\right]f, \tag{26}$$

где

$$Kf=\sum_{\{j\}}\varphi_j L_j^{-1}\varphi_j f;$$

$$A_1 f=\sum_{\{j\}}\varphi_j\left(\tilde{a}(x)-a(x_j)\right)\left[L_j^{-1}\varphi_j f\right]_x+\sum_{\{j\}}\varphi_j\left(\tilde{c}(x)-c(x_j)\right)L_j^{-1}\varphi_j f;$$

$$B_1 f=\sum_{\{j\}}\varphi_{jx}\tilde{a}(x)L_j^{-1}\varphi_j f+\sum_{\{j\}}\varphi_{jxx}L_j^{-1}\varphi_j f+2\sum_{\{j\}}\varphi_{jx}\left[L_j^{-1}\varphi_j f\right]_x;$$

$$A_2 f=\sum_{\{j\}}\varphi_j\left(a(x_j)-\tilde{a}(x)\right)\left[L_j^{-1}\varphi_j f\right]_x+\sum_{\{j\}}\varphi_j\left(\tilde{c}(x)-c(x_j)\right)L_j^{-1}\varphi_j f;$$

$$B_2 f=\sum_{\{j\}}\tilde{a}(x)\varphi_{jx}L_j^{-1}\varphi_j f-\sum_{\{j\}}\varphi_j\left(\tilde{a}(x)\right)_x L_j^{-1}\varphi_j f.$$

Здесь учтено, что $\varphi_{j_{yy}}=0,\ \varphi_{j_y}=0.$

Доказательство. Лемма 9 доказывается точно так же, как лемма 6.

Лемма 10. Пусть $a(x),c(x)\in K(\tau,b)$. Тогда найдутся числа τ_0 и b_0, что при $\tau\in(0,\tau_0)$ и $b>b_0$, операторы $A_i+B_1,\ i=1,2,$ ограничены, и для них справедливы неравенства

$$\|A_i+B_i\|_{2\to 2}<\frac{1}{2},\ i=1,2.$$

Лемма 11. Пусть выполнены условия леммы 10. Тогда справедливы равенства

$$\tilde{L}_{np}^{-1}=K\left[E+A_1+B_1\right]^{-1}; \qquad (27)$$

$$\tilde{L}_{np}'^{\,-1}=M^{\neq}\left[E+A_2+B_2\right]^{-1}, \qquad (28)$$

где $\tilde{L}_{np}^{-1},\ \tilde{L}_{np}'^{\,-1}$ — правые обратные операторы соответственно к операторам $\tilde{L},\tilde{L}'$.

Доказательство леммы 10. Оценим норму оператора A_1 в L_2. Для этого будем оценивать каждое слагаемое отдельно. Используя замечание к лемме 5 и воспользовавшись тем, что на Δ_j количество φ_j, отличных от нуля, не больше трех, имеем

$$\left\|\sum_{\{j\}}\varphi_j(\tilde{a}(x)-a(x_j))D_xL_j^{-1}\varphi_j f\right\|_2^2\le 12\sum_{\{j\}}\sup_{x\in\bar{\Delta}_j}\left|\tilde{a}(x)-a(x_j)\right|^2\left\|D_xL_j^{-1}\right\|_2^2\cdot\left\|\varphi_j f\right\|_2^2. \qquad (29)$$

Согласно лемме 5 $\sum_{j-1}^{j+1}\varphi_j^2\equiv 1,\ x\in\bar{\Delta}_j$. С учетом этого и условий *i)-iii)* имеем

$$\left|\tilde{a}(x)-a(x_j)\right|\le c\sqrt{2\tau(\tau+1)}a(x_j). \qquad (30)$$

Здесь учитывалось, что

$$\frac{1}{2(\tau+1)}\le\frac{c(x)}{c(t)}\le 2(\tau+1)\ \text{при}\ |x-t|\le bd(t). \qquad (31)$$

Из неравенства (29) с помощью неравенств (30), (31) и (3) получаем, что

$$\left\|\sum_{\{j\}}\varphi_j(\tilde{a}(x)-a(x_j))D_xL_j^{-1}\varphi_j f\right\|_2^2\le 12\frac{c\tau(2+\tau)\left|a(x_j)\right|^2}{\left|a(x_j)\right|^2}\|f\|_2^2\le 12c\tau(2+\tau)\|f\|_2^2, \qquad (32)$$

$c>0$ — постоянное число.

Точно так же, повторяя выкладки и рассуждения, использованные при доказательстве неравенства (32), находим, что

$$\left\|\sum_{\{j\}}\varphi_j(\tilde{c}(x)-c(x_j))L_j^{-1}\varphi_j f\right\|_2^2\le 12c\tau^2(2+\tau)\|f\|_2^2, \qquad (33)$$

где $c>0$ — постоянное число. Из (32)–(33) окончательно получим

$$\|A_1\|_{2\to 2}^2 \le 12c\left(\tau(2+\tau)+\tau^2(2+\tau)\right). \tag{34}$$

Оценим норму первого слагаемого оператора B_1:

$$\left\|\sum_{\{j\}}\varphi_{jx}\tilde{a}(x)L_j^{-1}\varphi_j f\right\|_2^2 \le 12\sup_{\{j\}}\left(\sup_{x\in\Delta_j}\frac{c^2|\tilde{a}(x)|^2}{b^2 d_j^2}\right)\frac{1}{\left(c(x_j)\right)^2}\|f\|_2^2. \tag{35}$$

С другой стороны, имеем

$$|\tilde{a}(x)| = \left|\sum_{j-1}^{j+1}a(x_j)\varphi_j\right| \le |a(x_{j-1})|+|a(x_j)|+|a(x_{j+1})| \text{ при } x\in\overline{\Delta}_j.$$

Отсюда, согласно неравенству (31) и условию *ii)*, имеем

$$|\tilde{a}(x)| \le (4\tau+5)|a(x_j)|. \tag{36}$$

В результате из (33) с помощью (2), (36) получаем, что

$$\left\|\sum_{\{j\}}\varphi_{jx}\tilde{a}(x)L_j^{-1}\varphi_j f\right\|_2^2 \le \frac{c(4\tau+5)^2}{b^2}, \tag{37}$$

$c>0$ — постоянное число.

Далее, пользуясь оценкой (2) и леммой 5, непосредственно вычисляя, имеем:

$$\left\|\sum_{\{j\}}\varphi_{jxx}L_j^{-1}\varphi_j f\right\|_2^2 \le 12\sum_{\{j\}}\left\|\varphi_{jxx}L_j^{-1}\varphi_j f\right\|_2^2 \le$$

$$\le 12\sup_{\{j\}}\frac{c^4}{b^4 d_j^4}\cdot\frac{1}{\left(c(x_j)\right)^2}\|f\|_2^2 \le 12\frac{c}{b^4}\|f\|_2^2, \tag{38}$$

$c>0$ — постоянное число.

Далее, пользуясь утверждением 2, леммой 5 и условиями $i)-iii)$, получим, что

$$\left\|2\sum_{\{j\}}\varphi_{jx}D_x L_j^{-1}\varphi_j f\right\|_2^2 \le 48\sup_{\{j\}}\frac{c^2}{b^2 d_j^2}\cdot\frac{1}{a^2(x_j)}\|f\|_2^2 \le \frac{c}{b^2}\|f\|_2^2. \tag{39}$$

Из неравенств (37)–(39) следует

$$\|B_1\|_{2\to 2}^2 \le \frac{c(4\tau+5)^2}{b^2}+\frac{12c}{b^4}+\frac{c}{b^2}, \tag{40}$$

где $c>0$ — постоянное число.

Теперь для справедливости леммы 10 выберем τ и b так, чтобы

$$\|A_1+B_1\|_{2\to 2} \le \|A_1\|_{2\to 2}+\|B_1\|_{2\to 2} < \frac{1}{2}. \tag{41}$$

Повторяя выкладки и рассуждения, использованные при доказательстве неравенства (41), получим:

$$\|A_2+B_2\|_{2\to 2} < \frac{1}{2}. \qquad 2)$$

Лемма 11 доказывается точно так же, как и лемма 8.

Лемма 12. Пусть выполнены условия леммы 10. Тогда справедливо равенство

$$\tilde{L}^{-1} = K\left[E+A_1+B_1\right]^{-1}, \tag{43}$$

где $\tilde{L}^{-1}$ — обратный оператор оператора $\tilde{L}$.

Доказательство. Для полного доказательства леммы 12 нам остается показать, что $Ker\tilde{L}=\{0\}$. Из общей теории операторов известны следующие утверждения:

$$L_2(\Omega)=R(\tilde{L})\dot{+}Ker\tilde{L}^*,\ L_2(\Omega)=R(\tilde{L}')\dot{+}Ker\left(\tilde{L}'\right)^*.$$

Из равенств (27), (28) следует, что

$$Ker\tilde{L}^*\equiv 0,\ Ker\left(\tilde{L}'\right)^*\equiv 0. \tag{44}$$

Так как $D\left(\tilde{L}\right)\subseteq D\left(\left(\tilde{L}'\right)^*\right)$, то из равенства (44) вытекает, что

$$Ker(\tilde{L})\equiv\{0\}. \tag{45}$$

Учитывая (45), из (27) имеем

$$\tilde{L}^{-1}=K\left[E+A_1+B_1\right]^{-1}.$$

Лемма 12 доказана.

Лемма 13. Пусть выполнены условия леммы 12. Тогда $KerK=\{0\}$.

Доказательство. Поскольку $Ker\left[E+A_1+B_1\right]\equiv\{0\}$, то из (43) и (45) следует, что $KerK=\{0\}$. Лемма 13 доказана.

Лемма 14. Пусть выполнены условия теоремы 1. Тогда оператор L допускает замыкание.

Доказательство. Пусть $u_n\to 0,\ Lu_n\to\upsilon$ $\left(u\in L_2(\Omega),\ u_n\in C_0^\infty(\bar{\Omega}),\ n=1,2,...\right)$. Из леммы 13 следует, что u_n представима в виде $u_n=K\upsilon_n,\ \upsilon_n\in L_2(\Omega),$ так как $C_0^\infty(\bar{\Omega})\subset D(\tilde{L})=R(K)$. Поэтому при $n\to\infty$ имеем

$$Lu_n=LK\upsilon_n=\left[E+A+B\right]\upsilon_n\to\upsilon,$$

а отсюда

$$\upsilon_n\to\left[E+A+B\right]^{-1}\upsilon,\ K\upsilon_n\to K\left[E+A+B\right]^{-1}\upsilon.$$

Из того, что $u_n=K\upsilon_n\to 0,$ получаем, что $K\left[E+A+B\right]^{-1}\upsilon=0.$ Откуда заключаем $\upsilon=0.$ Лемма 14 доказана.

Лемма 15. Пусть выполнены условия леммы 12. Тогда $KerL\equiv\{0\}$.

Доказательство. Пусть $Lu=0,\ u\in D(L),\ u\neq 0.$ Тогда для этой функции существует последовательность $\{u_n\}_{n=1}^\infty$ такая, что

$$u_n\to u,\ Lu_n\to Lu,\ u_n\in C_0^\infty(\bar{\Omega})\subset D(L).$$

Теперь, используя представление $u_n=K\upsilon_n,\ \upsilon_n\in L_2(\Omega),$ получим

$$Lu_n=LK\upsilon_n=\left[E+A+B\right]\upsilon_n\to 0 \tag{46}$$

при $n\to\infty$. Поскольку $Ker\left[E+A+B\right]\equiv 0,$ то из (46) следует, что $\upsilon_n\to 0.$ Отсюда и из представления $u_n=K\upsilon_n$ получаем, что $u_n\to 0.$ Следовательно, $u=0.$ Лемма 14 доказана.

Доказательства теорем 1 и 2. Доказательства теорем следует из лемм 8, 14 и 15.

Список литературы

1 О замыкаемости и об ограниченной обратимости дифференциального оператора смешанного типа в неограниченной области. Ч.1 // Вестн. Караганд. ун-та. Сер. Математика. — 2013. — № 1 (69). — С. 28–32.

М.Б.Мұратбеков, С.Ж.Игисинов

Аралас типті дифференциалдық оператордың шенелмеген облысында тұйықталуы мен шенелген қайтарымдылығы туралы

Мақалада шенелмеген облыста аралас типті сингулярлы дифференциалдық оператордың бір класы қарастырылған. Алдымен берілген оператордың тұйықталуы көрсетілді. Себебі қарастырылып отырған оператор үшін $u_x(x,y)$ және $u(x,y)$ қосылғыштарының алдындағы коэффициенттер y айнымалысына тәуелді болған жағдайдағыдай априорлы баға орындалмайды. Берілген оператордың шенелмеген облысында резольвентасының бар болатындығы дәлелденген. Жұмыста локализациялау әдісі мен сызықты операторлар теориясының әдістері қолданылды.

M.B.Muratbekov, S.Zh.Igisinov

On closability and bounded invertibility of mixed type differential operator in an unbounded domain

In this paper we consider a class of mixed type singular differential operator in an unbounded domain. Initially closability of the operator is proved. Because there is no a priori estimate, which exists in the case of an operator whose coefficients depend only on the variable y in front of terms $u_x(x,y)$ and $u(x,y)$. The existence of the resolvent of the operator in an unbounded domain is proved. The method of localization and methods of the theory of linear operators are used.

References

1 *Bull. KSU*, ser. Mathematics, 2013, 1 (69), p. 28–32.