УДК 519.2

А.В.Дорофеева[1], В.Ю.Королев[1, 2]

[1]*Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова;*
[2]*Институт проблем информатики РАН, Москва, Россия*
(E-mail: vkorolev@cs.msu.su)

Об абсолютной константе в оценках скорости сходимости в центральной предельной теореме при отсутствии моментов порядков, больших второго

В статье уточнены верхние оценки абсолютной постоянной в оценке скорости сходимости в центральной предельной теореме в терминах урезанных моментов. Показано, что абсолютная константа в неравенстве Осипова-Феллера не превосходит 1,8627.

Ключевые слова: центральная предельная теорема, оценка скорости сходимости, абсолютная константа.

1 Введение

Пусть $X_1, X_2, \ldots$ — независимые случайные величины с $EX_i = 0$ и $EX_i^2 < \infty$. Для $n \in N$ положим $S_n = X_1 + \ldots + X_n$. Предположим, что

$$DS_n = EX_1^2 + \ldots + EX_n^2 = 1. \tag{1}$$

Пусть $\Phi(x)$ — стандартная нормальная функция распределения. Для $x \geq 0$ обозначим

$$\alpha_n(x) = \sum_{i=1}^{n} EX_i^2 \mathrm{I}(|X_i| \geq 1 + x),\ \alpha_n \equiv \alpha_n(0),\ \beta_n(x) = \sum_{i=1}^{n} E|X_i|^3 \mathrm{I}(|X_i| < 1 + x),\ \beta_n \equiv \beta_n(0).$$

В 1966 г. Л.В.Осипов [1] доказал, что существует такая конечная положительная абсолютная постоянная C, что

$$\Delta_n \equiv \sup_y |P(S_n < y) - \Phi(y)| \leq C(\alpha_n + \beta_n) \tag{2}$$

(также см. [2], глава V, § 3, теорема 8). В 1968 г. то же неравенство было независимо доказано В.Феллером [3], который, используя метод характеристических функций, показал, что в (2) $C \leq 6$.

В работах [4, 5] Л. Падитц показал, что для константы C в (2) справедлива оценка $C < 4{,}77$. В 1986 г. в работе [6] он же отметил, что с учетом леммы 12.2 из монографии [1] (см. лемму 5 ниже), с помощью техники, использованной в работах [4, 5], верхнюю оценку константы C можно снизить до $C < 3{,}51$.

В 1984 г. А.Барбур и П.Холл [7] доказали неравенство (2) методом Стейна и, упоминая цитированный выше результат Феллера, констатировали, что этот метод позволил им получить лишь оценку $C \le 18$ (хотя в указанной работе ими доказана только оценка $C \le 22$). В 2001 г. Л. Чен и К. Шао опубликовали не содержащую ссылок на упомянутые выше работы Падитца [4–6] работу [8], в которой с помощью метода Стейна неравенство (2) было доказано с константой $C = 4{,}1$. В 2011 г. В.Ю. Королев и С.В. Попов [9] показали, что в (2) в общем случае $C \le 2{,}011$.

Целью данной работы является дальнейшее уточнение оценок константы *C*. Будет показано, что в (2) в общем случае $C \le 1{,}8627$. Эта оценка также будет уточнена для некоторых частных случаев.

2 *Вспомогательные результаты*

Лемма 1. Пусть X — случайная величина с $E|X|^3 < \infty$ и $EX = a$. Обозначим $K = \dfrac{17+7\sqrt{7}}{27} < 1{,}3156$. Тогда $E|X-a|^3 \le \min\{KE|X|^3, E|X|^3 + 3|a|EX^2 + a^2E|X|\}$.

Доказательство. Основано на результатах работ [10–12] и приведено в [9].

Для $x \ge 0, n \in N$ и $i = 1,\dots,n$ обозначим

$$Y_i(x) = X_i\mathrm{I}(|X_i| < 1+x),\ Y_i = Y_i(0),\ W_n(x) = \sum_{i=1}^{n} Y_i(x),\ W_n = W_n(0).$$

Так как $EX_i = 0,$ то

$$\left|EX_i\mathrm{I}\left(|X_i| < 1+x\right)\right| = \left|EX_i\mathrm{I}\left(|X_i| \ge 1+x\right)\right|, \tag{3}$$

и так как имеет место соотношение (1), то

$$\sum_{i=1}^{n} EX_i^2\mathrm{I}\left(|X_i| < 1+x\right) \le \sum_{i=1}^{n} EX_i^2 \le 1. \tag{4}$$

Лемма 2. 1°. Пусть K — число из леммы 1. При любых $n \in N$ и $x \ge 0$ для любого $p \in [1, K]$ справедливо неравенство

$$\sum_{i=1}^{n} E\left|Y_i(x) - EY_i(x)\right|^3 \le \min\left\{K\beta_n(x), p\beta_n(x) + \frac{(5-p)\alpha_n(x)}{1+x}\right\}.$$

2°. При любых $n \in N$ и $x \ge 0$ справедливы неравенства

$$1 - 2\alpha_n(x) \le DW_n(x) \le 1.$$

3°. Пусть $\beta_n = \gamma\alpha_n, \gamma \ge 0.$ Тогда при любых $n \in N$ справедливо неравенство $\sum_{i=1}^{n} E|Y_i = EY_i|^3 \le \alpha_n \min\{K\gamma, \gamma + 4\}.$

Доказательство. См. в [9].

Лемма 3. 1^{0}. Пусть $q > 0.$ Тогда

$$\sup_x\left|\Phi(qx) - \Phi(x)\right| = \left|\Phi\left(q\sqrt{\frac{\ln q^2}{q^2-1}}\right) - \Phi\left(\sqrt{\frac{\ln q^2}{q^2-1}}\right)\right| \le$$

$$\le \sqrt{\frac{(q-1)\ln q}{\pi(q+1)}}\exp\left\{-\min(1,q)\frac{\ln q}{q^2-1}\right\} \le \frac{1}{\sqrt{2\pi e}}\left(\max\left\{q, \frac{1}{q}\right\} - 1\right).$$

2^{0}. Пусть $a \in R.$ Тогда

$$\sup_x\left|\Phi(x+a) - \Phi(x)\right| = 2\Phi\left(\frac{|a|}{2}\right) - 1 \le \frac{|a|}{\sqrt{2\pi}}. \tag{5}$$

Элементарное доказательство этой леммы основано на формуле Лагранжа и легко проверяемом факте: если $F(x)$ и $G(x)$ — две дифференцируемые функции распределения, то $\sup_x |F(x)-G(x)|$ достигается в тех точках x, в которых $F'(x)=G'(x)$ (также см. [2; 143].

Лемма 4. Предположим, что $\alpha_n \le A$ для некоторого $A \in \left(0,\frac{1}{2}\right)$. Пусть

$$B(A)=\frac{2}{\left(1+\sqrt{1-2A}\right)\sqrt{1-2A}}.$$

Тогда

$$1 \le \frac{1}{\sqrt{DW_n}} \le 1+B(A)\alpha_n.$$

Доказательство. См. в [9].

Лемма 5. Пусть X — случайная величина с $EX^2<\infty$. Тогда

$$\sup_x \left| P\left(\frac{X-EX}{\sqrt{DX}}<x\right)-\Phi(x)\right| \le 0{,}541. \qquad (6)$$

Доказательство. См., например, лемму 12.2 в книге [13].

3 Основные результаты

3.1 Общий случай

Теорема 1. Пусть $n \ge 1$, случайные величины $X_1,\ldots,X_n$ независимы, $EX_i=0$ и $EX_i^2<\infty$, $i=1,\ldots,n$, причем выполнено условие (1). Пусть $\gamma=\beta_n/\alpha_n$. Тогда существует зависящее только от γ положительное конечное число $C_1(\gamma)$, такое, что $\Delta_n \le (1+\gamma)C_1(\gamma)\alpha_n$. При этом для $C_1(\gamma)$ справедливы верхние оценки, приведенные в таблице 1.

Следствие 1. В условиях теоремы 1 неравенство (2) имеет место с $C \le 1.8627$.

Доказательство теоремы 1. Для каждого $y \in R$ событие $\{S_n<y\}$ влечет событие

$$\{W_n<y\}\cup\{|X_1|\ge 1\}\cup\ldots\cup\{|X_n|\ge 1\},$$

тогда как событие $\{W_n<y\}$ влечет событие

$$\{S_n<y\}\cup\{|X_1|\ge 1\}\cup\ldots\cup\{|X_n|\ge 1\}.$$

Таблица 1

Верхние оценки $C_1(\gamma)$

γ	$C_1(\gamma)\le$	γ	$C_1(\gamma)\le$	γ	$C_1(\gamma)\le$
$\gamma\ge 0$	1,8627	$\gamma\ge 1$	1,5605	$\gamma\ge 10$	0,9393
$\gamma\ge 0{,}1$	1,8587	$\gamma\ge 2$	1,3488	$\gamma\ge 100$	0,6067
$\gamma\ge 0{,}5$	1,7244	$\gamma\ge 5$	1,0836	$\gamma\to\infty$	0,5583

Поэтому

$$\sup_y \left|P(S_n<y)-P(W_n<y)\right| \le \sum_{i=1}^n P(|X_i|\ge 1).$$

Следовательно, для любого $y \in R$

$$\Delta_n \le Q_1+Q_2+Q_3, \qquad (7)$$

где

$$Q_1=\sup_y \left| P\left(\frac{W_n-EW_n}{\sqrt{DW_n}}<\frac{y-EW_n}{\sqrt{DW_n}}\right)-\Phi\left(\frac{y-EW_n}{\sqrt{DW_n}}\right)\right|;$$

$$Q_2 = \sup_y \left| \Phi\left(\frac{y - EW_n}{\sqrt{DW_n}} \right) - \Phi(y) \right| \; Q_3 = \sum_{i=1}^{n} P\left(\left| X_i \right| \geq 1 \right).$$

Рассмотрим Q_1. В силу неравенства Берри-Эссеена с наилучшей известной на сегодняшний день оценкой абсолютной константы (см. [14]) имеем

$$Q_1 \leq \frac{0,5583}{\left(DW_n \right)^{3/2}} \sum_{i=1}^{n} E\left| Y_i - EY_i \right|^3.$$

Предположим, что $\alpha_n \leq A < \frac{1}{2}$. Тогда согласно п. 2^o и 3^o леммы 2

$$Q_1 \leq \frac{0,5583 \cdot \min\left\{ K\gamma, \gamma + 4 \right\} \alpha_n}{\left(1 - 2A \right)^{3/2}}. \tag{8}$$

Рассмотрим Q_2. Очевидно, что имеем

$$Q_2 = \sup_y \left| \Phi\left(\frac{y - EW_n}{\sqrt{DW_n}} \right) - \Phi\left(y - EW_n \right) + \Phi\left(y - EW_n \right) - \Phi(y) \right| \leq$$

$$\leq \sup_y \left| \Phi\left(\frac{y - EW_n}{\sqrt{DW_n}} \right) - \Phi\left(y - EW_n \right) \right| + \sup_y \left| \Phi\left(y - EW_n \right) - \Phi(y) \right| =$$

$$= \sup_y \left| \Phi\left(\frac{y}{\sqrt{DW_n}} \right) - \Phi(y) \right| + \sup_y \left| \Phi\left(y - EW_n \right) - \Phi(y) \right| \equiv Q_{21} + Q_{22}.$$

Согласно п. 2^o леммы 2 $DW_n \leq 1$. Поэтому в соответствии с п. 1^o леммы 3 и леммой 4 справедливо неравенство

$$Q_{21} \leq \frac{1}{\sqrt{2\pi e}} \left(\frac{1}{\sqrt{DW_n}} - 1 \right) \leq \frac{2\alpha_n}{\sqrt{2\pi e \left(1 - 2A \right)} \left(1 + \sqrt{1 + 2A} \right)}. \tag{9}$$

Рассмотрим Q_{22}. В силу соотношения (3) имеем

$$\left| EW_n \right| = \left| \sum_{i=1}^{n} EY_i \right| \leq \sum_{i=1}^{n} \left| EX_i \mathrm{I}\left(\left| X_i \right| < 1 \right) \right| = \sum_{i=1}^{n} \left| EX_i \mathrm{I}\left(\left| X_i \right| \geq 1 \right) \right| \leq \leq \sum_{i=1}^{n} E\left| X_i \right| \mathrm{I}\left(\left| X_i \right| \geq 1 \right) \leq \sum_{i=1}^{n} EX_i^2 \mathrm{I}\left(\left| X_i \right| \geq 1 \right) = \alpha_n.$$

Поэтому в силу п. 2^o леммы 2 и п. 2^o леммы 3

$$Q_{22} \leq \frac{\alpha_n}{\sqrt{2\pi}}. \tag{10}$$

Из (9) и (10) вытекает, что

$$Q_2 \leq \frac{\alpha_n}{\sqrt{2\pi}} \left(1 + \frac{2}{\sqrt{e\left(1 - 2A \right)} \left(1 + \sqrt{1 - 2A} \right)} \right). \tag{11}$$

Наконец, по неравенству Маркова,

$$Q_3 = \sum_{i=1}^{n} P\left(\left| X_i \right| \geq 1 \right) \leq \sum_{i=1}^{n} EX_i^2 \mathrm{I}\left(\left| X_i \right| \geq 1 \right) = \alpha_n. \tag{12}$$

Таким образом, из (7), (8), (11) и (12) мы получаем

$$\Delta_n \leq \alpha_n \left[1 + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(1 + \frac{2}{\sqrt{e\left(1 - 2A \right)} \left(1 + \sqrt{1 - 2A} \right)} \right) + \frac{0,5583 \cdot \min\left\{ K\gamma, \gamma + 4 \right\}}{\left(1 - 2A \right)^{3/2}} \right]. \tag{13}$$

Введем функцию

$$H_1\left(\gamma, A \right) = 1 + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(1 + \frac{2}{\sqrt{e\left(1 - 2A \right)} \left(1 + \sqrt{1 - 2A} \right)} \right) + \frac{0,5583 \cdot \min\left\{ K\gamma, \gamma + 4 \right\}}{\left(1 - 2A \right)^{3/2}}. \tag{14}$$

Для любого $\alpha_n \le A < \frac{1}{2}$ справедливо неравенство

$$\Delta_n \le \alpha_n \cdot \max\left\{H_1(\gamma, A), \frac{0,541}{A}\right\}.$$

Это следует из неравенства (13) в случае $a_n \le A$ и из леммы 5 — в противном случае.

Таким образом, имея в виду равенство

$$\alpha_n = \frac{(\alpha_n + \gamma\alpha_n)}{1+\gamma} = \frac{\alpha_n + \beta_n}{1+\gamma},$$

имеем

$$C_1(\gamma) \le \min_{0 \le A < \frac{1}{2}} \max\left\{\frac{H_1(\gamma.A)}{1+\gamma}, \frac{0,541}{A(1+\gamma)}\right\}.$$

Вычисления по последней формуле позволяют получить значения, приведенные в таблице 1. Заметим, что первая из функций аргумента A внутри минимакса является возрастающей, а вторая — убывающей. Значит, значение минимакса доставляется единственным решением уравнения

$$\frac{H_1(\gamma, A)}{1+\gamma} = \frac{0.541}{A(1+\gamma)}.$$

При $\gamma > 13$ (имеем $\gamma + 4 < K\gamma$) обе функции являются убывающими по γ, т.е. значение минимакса убывает. И соответствующая часть таблицы 1 получается вычислением оценки $C_1(\gamma)$ в одной точке. Часть таблицы 1, соответствующая $0 \le \gamma \le 13$, получается численной оптимизацией на конечном отрезке. Теорема доказана.

Для произвольного $\varepsilon > 0$ обозначим

$$\Lambda_n(\varepsilon) = \sum_{i=1}^{n} EX_i^2 \mathrm{I}(|X_i| \ge \varepsilon).$$

С учетом соотношения (3.11) в [2; 150] и следствия 1 настоящей работы справедлив следующий результат: для любого $\varepsilon > 0$

$$\Delta_n \le 3.7254(\varepsilon + \Lambda_n(\in)). \tag{15}$$

Но условие Линдеберга $\Delta_n(\varepsilon) \to 0$ при $n \to \infty$ для любого $\varepsilon > 0$ является критерием сходимости в центральной предельной теореме. Поэтому по терминологии, предложенной В.М. Золотаревым, неравенство (15) является естественной оценкой скорости сходимости в центральной предельной теореме, связывающей критерий и скорость сходимости.

3.2 Частные случаи

Используя текущую наилучшую верхнюю оценку абсолютной константы в неравенстве Берри–Эссеена для сумм независимых одинаково распределенных случайных величин $C_0 \le 0,4690$ (см. [13]), по аналогии с теоремой 1 можно доказать следующее утверждение.

Теорема 2. Пусть в дополнение к условиям теоремы 1 случайные величины одинаково распределены. Тогда существует зависящее только от γ положительное конечное число $C_2(\gamma)$, такое, что $\Delta_n \le (1+\gamma)C_2(\gamma)\alpha_n$. При этом для $C_2(\gamma)$ справедливы верхние оценки, приведенные в таблице 2.

Таблица 2

Верхние оценки $C_2(\gamma)$

γ	$C_2(\gamma) \le$	γ	$C_2(\gamma) \le$	γ	$C_2(\gamma) \le$
$\gamma \ge 0$	1.8546	$\gamma \ge 1$	1.4793	$\gamma \ge 10$	0.8292
$\gamma \ge 0.1$	1.8338	$\gamma \ge 2$	1.2540	$\gamma \ge 100$	0.5147
$\gamma \ge 0.5$	1.6608	$\gamma \ge 5$	0.9781	$\gamma \to \infty$	0.4690

Доказательство. Рассуждая по аналогии с доказательством теоремы 1, несложно убедиться, что

$$C_3(\gamma) \le \min_{0 \le A < \frac{1}{2}} \max\left\{ \frac{H_3(\gamma.A)}{1+\gamma}, \frac{0.541}{A(1+\gamma)} \right\},$$

где

$$H_2(\gamma, A) = 1 + \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left(1 + \frac{2}{\sqrt{e(1-2A)}\left(1+\sqrt{1-2A}\right)}\right) + \frac{0,4690 \cdot \min\{K\gamma, \gamma+4\}}{(1-2A)^{3/2}}.$$

Вычисления по указанным формулам приводят к оценкам $C_2(\gamma)$, объявленным в формулировке теоремы. Теорема доказана.

Теорема 3. Пусть в дополнение к условиям теоремы 1 случайные величины имеют симметричные распределения. Тогда существует зависящее только от γ положительное конечное число $C_3(\gamma)$, такое, что $\Delta_n \le (1+\gamma) C_3(\gamma) \alpha_n$. При этом для $C_3(\gamma)$ справедливы верхние оценки, приведенные в таблице 3.

Таблица 3

Верхние оценки $C_3(\gamma)$

γ	$C_3(\gamma) \le$	γ	$C_3(\gamma) \le$	γ	$C_3(\gamma) \le$
$\gamma \ge 0$	1.5769	$\gamma \ge 1$	1.3033	$\gamma \ge 10$	0.7433
$\gamma \ge 0.1$	1.5749	$\gamma \ge 2$	1.1115	$\gamma \ge 100$	0.5808
$\gamma \ge 0.5$	1.4532	$\gamma \ge 5$	0.8729	$\gamma \to \infty$	0.5583

Следствие 2. В условиях теоремы 3 неравенство (2) имеет место с $C \le 1,5769$.

Доказательство теоремы 3. В рассматриваемой ситуации вместо (8) имеет место неравенство

$$Q_1 \le \frac{0.5583\beta_n}{(1-2A)^{3/2}},$$

а $Q_{22} = 0$, поскольку $EW_n = 0$. Поэтому справедлива оценка

$$\Delta_n \le \alpha_n \left(1 + \frac{2}{\sqrt{2\pi e(1-2A)}\left(1+\sqrt{1-2A}\right)}\right) + \frac{0,5583\beta_n}{(1-2A)^{3/2}}.$$

Таким образом,

$$C_3(\gamma) \le \min_{0 \le A < \frac{1}{2}} \max\left\{ \frac{H_3(\gamma.A)}{1+\gamma}, \frac{0,541}{A(1+\gamma)} \right\};$$

где

$$H_3(\gamma, A) = 1 + \frac{2}{\sqrt{2\pi e(1-2A)}\left(1+\sqrt{1-2A}\right)} + \frac{0,5583\gamma}{(1-2A)^{3/2}}.$$

Вычисления по указанным формулам приводят к оценкам $C_3(\gamma)$, объявленным в формулировке теоремы. Теорема доказана.

Теорема 4. Пусть в дополнение к условиям теоремы 3 случайные величины одинаково распределены. Тогда существует зависящее только от γ положительное конечное число $C_4(\gamma)$, такое, что $\Delta_n \le (1+\gamma) C_4(\gamma) \alpha_n$. При этом для $C_4(\gamma)$ справедливы верхние оценки, приведенные в таблице 4.

Таблица 4

Верхние оценки $C_4(\gamma)$

γ	$C_4(\gamma)\le$	γ	$C_4(\gamma)\le$	γ	$C_4(\gamma)\le$
$\gamma\ge 0$	1.5645	$\gamma\ge 1$	1.2388	$\gamma\ge 10$	0.6591
$\gamma\ge 0.1$	1.5534	$\gamma\ge 2$	1.0373	$\gamma\ge 100$	0.4923
$\gamma\ge 0.5$	1.4018	$\gamma\ge 5$	0.7915	$\gamma\to\infty$	0.4690

Следствие 3. В условиях теоремы 4 неравенство (2) имеет место с $C\le 1,5645$.

Доказательство теоремы 4. В данном случае

$$C_4(\gamma)\le \min_{0\le A<\frac{1}{2}}\max\left\{\frac{H_4(\gamma.A)}{1+\gamma},\frac{0,541}{A(1+\gamma)}\right\},$$

где

$$H_4(\gamma,A)=1+\frac{2}{\sqrt{2\pi e(1-2A)}\left(1+\sqrt{1-2A}\right)}+\frac{0.4690\gamma}{(1-2A)^{3/2}}.$$

Вычисления по указанным формулам приводят к оценкам $C_4(\gamma)$, объявленным в формулировке теоремы. Теорема доказана.

Работа поддержана Российским научным фондом (грант 14-11-00364).

Список литературы

1 *Осипов Л.В.* Уточнение теоремы Линдеберга // Теория вероятностей и ее применения. — 1966. — Т. 11. — Вып. 2. — С. 339–342.

2 *Петров В.В.* Суммы независимых случайных величин. — М.: Наука, 1987.

3 *Feller W.* On the Berry–Esseen theorem // Z. Wahrsch. Verw. Geb. — 1968. — Bd. 10. — P. 261–268.

4 *Paditz L.* Bemerkungen zu einer Fehlerabschätzung im zentralen Grenzwertsatz // In: Wiss. Z. Hochschule für Verkehrswesen «Friedrich List». — 1980. — Bd. 27. 4. — P. 829–837.

5 *Paditz L.* On error-estimates in the central limit theorem for generalized linear discounting // In: Math. Operationsforsch. u. Statist., Ser. Statistics. — 1984. — Bd. 15. 4. — P. 601–610.

6 *Paditz L.* Über eine Fehlerabschätzung im zentralen Grenzwertsatz // In: Wiss. Z. Hochschule für Verkehrswesen «Friedrich List». — Dresden. — 1986. — Vol. 33. — No. 2. — P. 399–404.

7 *Barbour A.D., Hall P.* Stein's method and the Berry–Esseen theorem // Australian Journal of Statistics. — 1984. — Vol. 26. — P. 8–15.

8 *Chen L.H.Y., Shao Q.M.* A non-uniform Berry–Esseen bound via Stein's method // Probability Theory and Related Fields. — 2001. — Vol. 120. — P. 236–254.

9 *Королев В.Ю., Попов С.В.* Уточнение оценок скорости сходимости в центральной предельной теореме при отсутствии моментов порядков, больших второго // Теория вероятностей и ее применения. — 2011. — Т. 56. — Вып. 4. — С. 797–805.

10 *Hoeffding W.* The extrema of the expected value of a function of independent random variables // Ann. Math. Statist. — 1948. — Vol. 19. — P. 239–325.

11 *Золотарев В.М.* Современная теория суммирования независимых случайных величин. — М.: Наука, 1986. — 415 с.

12 *Нефедова Ю.С., Шевцова И. Г.* О неравномерных оценках скорости сходимости в центральной предельной теореме // Теория вероятностей и ее применения. — 2012. — Т. 57. — Вып. 1. — С. 62–97.

13 *Бхаттачария Р.Н., Ранга Рао Р.* Аппроксимация нормальным распределением. — М.: Наука, 1982.

14 *Шевцова И.Г.* Об абсолютных константах в неравенстве Берри–Эссеена и его структурных и неравномерных уточнениях // Информатика и ее применения. — 2013. — Т. 7. — Вып. 1. — С. 124, 125.

А.В.Дорофеева, В.Ю.Королев

Моменттер реті екіден үлкен болғанда орталық шекті теоремадағы жинақталу жылдамдығы бағалауындағы абсолютті тұрақты жайында

Мақалада қиылған моменттер терминінде орталық шектік теоремада абсолютті константаның жоғарғы бағалаулары дәлірек келтірілген. Осипов-Феллердің теңдеуінде абсолютті константаның 1,8627 аспайтыны көрсетілген.

A.V.Dorofeeva, V.Yu.Korolev

On the absolute constant in the estimates of the rate of convergence in the central limit theorem in the absence of moments of order higher than the second

Specified upper bounds of the absolute constant in the estimate of the rate of convergence in the central limit theorem in terms of truncated moments. It is shown that the absolute constant in the inequality Osipov-Feller does not exceed 1,8627.

References

1 Osipov L.V. *Theory of Probability and its Applications*, 1966, 11, 2, p. 339–342.
2 Petrov V.V. *Sums of independent random variables*, Moscow: Nauka, 1987.
3 Feller W. *Z. Wahrsch. Verw. Geb*., 1968, 10, p. 261–268.
4 Paditz L. *In: Wiss. Z. Hochschule für Verkehrswesen «Friedrich List»*, 1980, 27. 4, p. 829–837.
5 Paditz L. *In: Math. Operationsforsch. u. Statist., Ser. Statistics*, 1984, 15. 4, p. 601–610.
6 Paditz L. *In: Wiss. Z. Hochschule für Verkehrswesen «Friedrich List»*, Dresden, 1986, 33, 2, p. 399–404.
7 Barbour A.D., Hall P. *Australian Journal of Statistics*, 1984, 26, p. 8–15.
8 Chen L.H.Y., Shao Q.M. *Probability Theory and Related Fields*, 2001, 120, p. 236–254.
9 Korolev V.Yu., Popov S.V. *Theory of Probability and its Applications*, 2011, 56, 4, p. 797–805.
10 Hoeffding W. *Ann. Math. Statist.*, 1948, 19, p. 239–325.
11 Zolotarev V.M. *The modern theory of summation of independent random variables*, Moscow: Nauka, 1986, 415 p.
12 Nefedova Yu.S., Shevcova I.G. *Theory of Probability and its Applications*, 2012, 57, 1, p. 62–97.
13 Bkhattachariya R.N., Ranga Rao R. *Normal Approximation*, Moscow: Nauka, 1982.
14 Shevcova I.G. *Computing and its Applications*, 2013, 7, 1, p. 124, 125.