

Б.К. Шаяхметова¹, Ш.Е. Омарова², В.Г. Дрозд²

¹Карагандинский государственный университет им. Е.А. Букетова, Казахстан;

²Карагандинский экономический университет Казпотребсоюза, Казахстан
(E-mail: keu_ivs@mail.ru)

Использование математического аппарата при изучении показателей социально-экономического развития Республики Казахстан

Важным направлением в исследовании закономерностей динамики экономических процессов является изучение общей тенденции развития. В статье рассмотрены факторы, формирующие тенденции (тренды) социально-экономического развития РК, и представлены результаты проведенного исследования по анализу и прогнозированию перспектив развития основных факторов экономики страны. Рассмотрены категории экономического роста и развития в аспекте их устойчивости и стабильности. Подчеркнута диалектическая взаимосвязь факторов между категориями на уровне социума, макро- и микроэкономики. Кроме того, созданы базисные ориентиры для построения прогнозных моделей, формирующих парадигму социально-экономического развития.

Ключевые слова: экономический рост, прогнозирование, расчетное значение, экономическое развитие, тенденция развития, статистические данные, социально-экономические факторы, прогнозные показатели, временной ряд.

Особенностью современной эволюции экономических систем в условиях рынка является феномен экономического роста. По определению известного экономиста лауреата Нобелевской премии С. Кузнеця, современный экономический рост представляет собой развитие, при котором долгосрочные темпы роста производства устойчиво превышают темпы роста населения. К этому следует добавить, что темпы современного роста доходов ощущаются на протяжении жизни одного поколения. Их средняя величина по меньшей мере превышает 0,1–0,2 % в год.

Во второй половине XX века темпы роста валового внутреннего продукта в ряде отдельных стран были весьма высоки. Показатели среднегодовых темпов роста за пятилетние периоды составляли до 4,6 % в Западной Европе, до 5,0 % в США и до 10,5 % в Японии. Они достигали 7,7 % в Латинской Америке и 9,4 % на Ближнем и Среднем Востоке [1].

Однако следует отметить, что рост не всегда был устойчив. Его темпы колебались, он периодически прерывался и сменялся спадом в периоды национальных и мировых кризисов. На современном же этапе вызывает особый интерес процесс экономического роста, а также возможность его наиболее полного выражения через адекватную систему показателей.

Как отмечает Е.В. Горшенина [2], «следовало бы проводить разграничение на две группы влияющих показателей, оказывающих воздействие на экономический рост. В состав первой группы можно отнести факторы текущего состояния экономики, которые будут включать в себя: долю занятого населения, ВВП страны (региона) на душу населения, энергоёмкость, экспорт обрабатывающих отраслей страны (региона) и др. Ко второй группе можно отнести факторы, для которых будут характерны современные факторы роста, такие как норма сбережений (инвестиций), сформированный образовательный потенциал, уровень открытости экономики, уровень доли государственных расходов».

Непосредственно для основных показателей, которые определяют динамику социально-экономического развития страны, проверим гипотезу о существовании тенденции, характеризующей долговременную основную закономерность развития исследуемого явления, — тенденцию роста показателей экономики страны.

Для этого проводится сравнительный анализ средних уровней ряда: временной ряд делится на две пропорциональные части по числу членов, где каждая рассматривается как самостоятельная выборочная совокупность. В случае если временной ряд будет иметь тенденцию, то средние величины должны существенно отличаться друг от друга. В обратном же случае временной ряд не имеет тенденции. Из этого следует, что проверка наличия тренда в исследуемом временном ряду

сводится к подтверждению или опровержению гипотезы о равенстве средних двух нормально распределенных совокупностей [3].

Определим наличие основной тенденции (тренда) показателей социально-экономического развития Республики Казахстан по данным временного ряда за 2009–2016 гг., представленных в таблице 1.

Таблица 1

Основные социально-экономические показатели Республики Казахстан

Показатели	2009 г.	2010 г.	2011 г.	2012 г.	2013 г.	2014 г.	2015 г.	2016 г.
Численность населения на начало периода (года), тыс. чел.	15982	16203	16440	16673	16909	17160	17417	17670
Естественный прирост населения, чел.	213140	221572	227857	238125	251277	269061	266372	277567
Среднемесячная номинальная заработная плата одного работника, тенге	67333	77611	90028	101263	109141	121021	126021	142351
Валовой внутренний продукт методом производства, млрд тенге	17007,647	21815,517	28243,052	31015,186	35999,025	39675,832	40884,133	46193,380
Объем производства промышленной продукции (товаров, услуг), млрд тенге	9121,525	12105,526	15929,052	16851,775	17833,994	18531,774	14925,230	18559,213

Примечание. Таблица составлена по данным Облстатуправления.

Делим ряд на две части: n_1, n_2 . По каждой вычисляем средние значения и выборочные дисперсии:

$$\bar{y}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} x_i}{n_1}; S_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} (x_i - \bar{x})^2}{n_1}; \quad (1)$$

$$\bar{y}_2 = \frac{\sum_{j=1}^{n_2} x_j}{n_2}; S_2^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n_2} (x_j - \bar{x})^2}{n_2}; \quad (2)$$

$$\bar{y}_1 = 16325; S_1^2 = 66670; \bar{y}_2 = 17290; S_2^2 = 80602.$$

Проверяем гипотезу о равенстве дисперсии при уровне значимости $\alpha = 0,05$:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2, H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2.$$

Ответом на эти вопросы служит F-распределение [4]:

$$F_{расч} = \frac{S_2^2/\sigma_x^2}{S_1^2/\sigma_y^2} = \frac{80602}{66670} = 1,208.$$

где σ_x^2 и σ_y^2 — генеральные дисперсии двух выборок n_x и n_y .

Когда генеральные дисперсии равны, расчетное значение F-распределения принимает вид

$$F_{расч} = \frac{S_2^2}{S_1^2} \approx \frac{80602}{66670} = 1,208,$$

F-распределение является табулированным. Оно определяется двумя параметрами ν_1 и ν_2 — степенями свободы:

$$\nu_1 = n_x - 1; \nu_2 = n_y - 1. \nu_1 = 4 - 1 = 3; \nu_2 = 4 - 1 = 3. F_{кр}(0,05; 3, 3) = 9,28.$$

Так как $F_{расч} < F_{кр}(0,05; 3,3)$, то нет оснований отвергать нулевую гипотезу. По данным наблюдения дисперсии генеральных совокупностей равны $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, исправленные выборочные дисперсии (S_1^2 и S_2^2) различаются незначительно (расхождение между ними случайно). Тогда можно проверить основную гипотезу:

$$H_0 : \bar{y}_1 = \bar{y}_2; \quad H_1 : \bar{y}_1 \neq \bar{y}_2.$$

$$T_{расч} = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{\sqrt{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}} \approx$$

$$\approx \frac{16325 - 17290}{\sqrt{(4-1) \cdot 66670 + (4-1) \cdot 80602}} \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot 4 \cdot (4+4-2)}{4+4}} \approx 5,030.$$

Сравниваем $T_{расч}$ с табулированным значением $t_{кр}(\alpha, \kappa)$ — критической точкой распределения Стьюдента.

Где $\kappa = n - 2$ степень свободы; α — заданный уровень значимости.

$\kappa = 8 - 2 = 6$; $t_{кр}(0,05; 6) = 2,45$

Так как $|T_{расч}| > t_{кр}(0,05; 6)$, то нет оснований отвергать нулевую гипотезу о том, что временной ряд имеет тенденцию, так как средние величины, вычисленные для каждой совокупности, существенно (значимо) различаются между собой. Отсюда вывод, что тренд показателя «Численность населения на начало периода (года)» присутствует.

Расчетные значения других показателей приведены в таблице 2.

Таблица 2

Тенденция развития основных показателей развития экономики Республики Казахстан

Показатель	$F_{расч.}$ $F_{табл.}$	F-критерий	$T_{расч.}$ $T_{табл.}$	T-критерий	Наличие тенденции
Численность населения на начало периода (года), тыс. чел.	$\frac{1,208}{9,28}$	$F_{расч.} < F_{кр.}$	$\frac{5,03}{2,45}$	$T_{расч.} > T_{кр.}$	Присутствует
Естественный прирост населения, чел.	$\frac{1,082}{9,28}$	$F_{расч.} < F_{кр.}$	$\frac{6,21}{2,45}$	$T_{расч.} > T_{кр.}$	Присутствует
Среднемесячная номинальная заработная плата одного работника, тенге	$\frac{0,871}{9,28}$	$F_{расч.} < F_{кр.}$	$\frac{4,64}{2,45}$	$T_{расч.} > T_{кр.}$	Присутствует
Валовой внутренний продукт методом производства, млрд тенге	$\frac{0,445}{9,28}$	$F_{расч.} < F_{кр.}$	$\frac{4,91}{2,45}$	$T_{расч.} > T_{кр.}$	Присутствует
Объем производства промышленной продукции (товаров, услуг), млрд тенге	$\frac{0,233}{9,28}$	$F_{расч.} < F_{кр.}$	$\frac{2,31}{2,45}$	$T_{расч.} > T_{кр.}$	Отсутствует (слабо выражена)

Пимечание. Таблица составлена на основе расчета статистических данных по Республике Казахстан.

Значения, полученные в ходе расчетов, характеризуют наличие общей тенденции развития динамики показателей экономики в целом по Республике Казахстан. Нами ставится задача по выявлению общей тенденции роста значений факторов социально-экономического развития на период исследуемого интервала времени. Данное решение обусловлено тем обстоятельством, что, помимо воздействия определяющих факторов, на значение расчетного показателя также оказывают влияние и другие многочисленные случайные факторы [5].

При различных методах, реализующих сглаживание временного ряда, с целью нахождения основной тенденции прежде всего исходят из развития динамики по факту рассматриваемого периода времени. Чаще всего применяемым методом сглаживания временных рядов выступает метод наименьших квадратов. Используемый на практике математический аппарат данного метода наименьших квадратов очень подробно описан в научной литературе [5].

Прогнозные модели на основе экстраполяции рядов динамики можно реализовывать в форме определенного значения функции

$$Y_{t+l}^* = f(y_i, l, a_j), \tag{3}$$

где Y_{t+l}^* — прогнозное значение исследуемого ряда динамики; y_i — взятый за базу экстраполяции уровень ряда; l — упреждающий период; a_j — значение параметра уравнения тренда.

Реализация процедуры сглаживания временного ряда на базе метода наименьших квадратов позволяет получить линейную трендовую зависимость следующего вида:

$$\hat{Y}_t = f(t). \tag{4}$$

Выполнение экстраполяции можно проводить путем подстановки в полученное уравнение тренда соответствующего значения независимой переменной t , которая будет соответствовать величине периода намечаемого упреждения. Данная процедура предоставляет возможность получить математически точное расчетное значение прогноза, т.е. дает оценку прогнозируемого показателя в позиции по уравнению, которое описывает тенденцию прогнозируемого показателя.

Значение доверительного интервала для экстраполируемого временного ряда рассчитывается по следующей формуле:

$$Y_{t+l}^* \pm K^* \cdot S_y, \quad (5)$$

$$t = n, \quad l = 1, 2, \dots, L$$

где Y_{t+l}^* — значение точечного прогноза на момент времени $(t+l)$; S_y — расчетная средняя квадратическая ошибка исследуемого тренда; K^* — табулированное значение множителя.

Табличное значение K^* имеет зависимость от числа наблюдений n (общего количества уровней исследуемого ряда) и l (упреждаемого периода). С ростом числа показатель значения K^* уменьшается, а в случае роста l он будет увеличиваться.

Значение стандартной (средне квадратической) ошибки для оценки расчетного прогнозируемого показателя S_y вычисляется по формуле [3, 4]

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (Y - \hat{Y})^2}{n - m}}, \quad (6)$$

где Y — значение уровня по факту; \hat{Y} — рассчитанная по модели оценка исследуемого показателя; n — количество выборки временного ряда; m — количество параметров в исследуемой зависимости $f(t)$.

Используем предложенный метод с целью прогнозирования основных показателей развития экономики Республики Казахстан, по которым характеризуется динамика развития экономики страны.

Для проведения вычислений воспользуемся данными временного ряда за 2009–2016 гг., представленными в таблице 1. В результате проведенных вычислений получаем линейную трендовую зависимость:

$$\hat{Y}_t = 241,45 \cdot t + 15720.$$

Проводимая экстраполяция осуществляется путем подстановки в уравнение тренда значения независимой переменной t , которая соответствует значению периода упреждения.

Таблица 3

Расчетные параметры модели

Год	T	Yt	\hat{Y}_t	$Y_t - \hat{Y}_t$	$(Y_t - \hat{Y}_t)^2$
2009	1	15982	15961,667	20,333	413,431
2010	2	16203	16203,119	-0,119	0,014
2011	3	16440	16444,571	-4,571	20,894
2012	4	16673	16686,024	-13,024	169,625
2013	5	16909	16927,476	-18,476	341,363
2014	6	17160	17168,929	-8,929	79,727
2015	7	17417	17410,381	6,619	43,811
2016	8	17670	17651,833	18,167	330,040
Σ					1398,905

Имеем: $n = 8$, $m = 2$,

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{n - m}} = \sqrt{\frac{1398,905}{8 - 2}} = 15,269. \quad (7)$$

Значение K^* для оценки доверительных интервалов прогноза табулировано.

Результаты расчета представлены в таблице 4.

Таблица 4

**Прогноз развития основных показателей экономики
Республики Казахстан на период 2017–2019гг.**

Показатель	Уравнения модели	Годы	Прогноз
Численность населения на начало периода (года), тыс. чел.	$\hat{Y}_t = 241,45 \cdot t + 15720$ $R^2 = 0,948$ $Sy = 15,269$	2017	17893
		2018	18135
		2019	18376
Естественный прирост населения, чел.	$\hat{Y}_t = 9663,7 \cdot t + 202135$ $R^2 = 0,971$ $Sy = 4385,867$	2017	289108
		2018	198772
		2019	308436
Среднемесячная номинальная заработная плата одного работника, тенге	$\hat{Y}_t = 10334 \cdot t + 57844$ $R^2 = 0,993$ $Sy = 2215,778$	2017	150850
		2018	161184
		2019	171518
Валовой внутренний продукт методом производства, млрд тенге	$\hat{Y}_t = 4034,8 \cdot t + 14448$ $R^2 = 0,982$ $Sy = 1425,723$	2017	50761,2
		2018	54796,0
		2019	58830,8
Объем производства промышленной продукции (товаров, услуг), млрд тенге	$\hat{Y}_t = 1059 \cdot t + 10717$ $R^2 = 0,697$ $Sy = 2289,317$	2017	20248
		2018	21307
		2019	22366

Примечание. Таблица составлена на основе расчета статистических данных по Республике Казахстан.

Модели, на основе которых осуществлялся прогноз, с принятым уровнем вероятности 0,9, другими словами, с доверительной вероятностью 90 %, позволяют утверждать, что при сохранении сложившихся закономерностей развития прогнозируемая величина будет достигать расчетного значения.

Резюмируя следует отметить, что модели, полученные с помощью математического аппарата, дают возможность прогнозировать варианты развития экономических процессов и явлений, с целью изучения тенденции изменения экономических показателей, т.е. служат базовым инструментом формирования научно обоснованных предсказаний. Результаты прогноза являются исходным материалом для постановки реальных экономических целей и задач, для выявления и принятия наилучших управленческих решений, для разработки хозяйственной и финансовой стратегий в будущем.

Список литературы

- 1 Болотин Б.М. Экономика развивающихся стран в цифрах / Б.М. Болотин, В.Л. Шейнис. — М.: Наука, 1998. — С. 68–71.
- 2 Горшенина Е.В. Социально-экономическое состояние региона / Е.В. Горшенина. — Тверь: ТГСХА, 1999. — С. 11.
- 3 Гамбаров Г.М. Статистическое моделирование и прогнозирование: учеб. пособие / Г.М. Гамбаров, Н.М. Журавель, Ю.Г. Королев и др.; под ред. А.Г. Гранберга. — М.: Финансы и статистика, 1990. — 383 с.
- 4 Самуэльсон Л. Экономика / Л. Самуэльсон, В. Нордхаус. — М.: Бином-Кнорус, 1999. — С. 570, 571.
- 5 Бабич Т.Н. Прогнозирование и планирование в условиях рынка: учеб. пособие / Т.Н. Бабич, И.А. Козьева, Ю.В. Вертакова, Э.Н. Кузьбожев. — М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. — 336 с.

Б.К. Шаяхметова, Ш.Е. Омарова, В.Г. Дрозд

Қазақстан Республикасының әлеуметтік-экономикалық даму көрсеткіштерін зерттеуде математикалық аппаратты пайдалану

Экономикалық процестер динамикасының заңдарын зерделеудің маңызды бағыты дамудың жалпы әдісін зерттеу болып табылады. Мақалада Қазақстан Республикасының әлеуметтік-экономикалық дамуының тенденцияларын (үрдістерін) қалыптастыратын факторлар қарастырылып, ел экономикасының негізгі факторларын дамыту перспективаларын талдау және болжау бойынша өткізілген зерттеулердің нәтижелері келтірілген. Экономикалық өсу мен дамудың санаттары олардың тұрақтылығы тұрғысынан қарастырылды. Әлеуметтік-экономикалық дамудың парадигмасын қалыптастыратын болжамды модельдерді құру үшін негіз бола отырып, макро- және микроэкономикадағы макро- және микроэкономиканың санаттары арасындағы санаттар арасындағы диалектикалық өзара байланыс атап өтілді.

Клт сөздер: экономикалық өсім, болжау, бағалау бағалары, экономикалық даму, статистикалық деректер, әлеуметтік-экономикалық факторлар, болжамдық көрсеткіштер, уақытша сериялар.

B.K. Shayakhmetova, Sh.E. Omarova, V.G. Drozd

Use of the mathematical apparatus in the study of indicators of socio-economic development of the Republic of Kazakhstan

An important direction in the study of the laws of the dynamics of economic processes is the study of the general trend of development. The article considers the factors that form the trends (trends) of the social and economic development of the Republic of Kazakhstan and presents the results of the conducted research on the analysis and forecasting of the prospects for the development of the main factors of the country's economy. The categories of economic growth and development are considered in terms of their stability and stability. The dialectical interconnection of factors between the categories at the level of society, macro- and microeconomics is emphasized, thereby forming the basic reference points for the construction of forecast models forming the paradigm of social and economic development.

Keywords: economic growth, forecasting, estimated value, economic development, development trend, statistical data, socio-economic factors, forecast indicators, time series.

References

- 1 Bolotin, B.M. & Sheinis, V.L. (1998). *Ekonomika razvivaiushchikhsia stran v tsifrakh [The economy of developing countries in figures]*. Moscow: Nauka [in Russian].
- 2 Gorshenina, E.V. (1999). *Sotsialno-ekonomicheskoe sostoianie rehiona [Socio-economic state of the region]*. Tver: TGSNA [in Russian].
- 3 Gambarov, G.M., Zhuravel, N.M., Korolev Yu.G. & et al. (1990). *Statisticheskoe modelirovanie i prohozirovaniye [Statistical modeling and forecasting]*. A.G. Granberg (Ed.). Moscow: Finansy i statistika [in Russian].
- 4 Samuelson, L. & Nordhaus, V. (1999). *Ekonomika [Economy]*. Moscow: Binom-Knorus [in Russian].
- 5 Babich, T.N., Kozyeva, I.A., Vertakova, Yu.V. & Kuzbozhev, E.N. (2013). *Prohozirovaniye i planirovaniye v usloviakh rynka [Forecasting and planning in market conditions]*. Moscow: NITs INFRA-M [in Russian].